

## 2地点観測による流星の位置決定

岡山大学 理学部 地球科学科

05B21523 岸武 瑠良

2025/02/10

## 要旨

岡山と松江にカメラを設置して、2024年12月6日～25日の期間に13個の流星を2地点から観測した。観測された流星は、発光した位置、速度、発光継続時間、突入角度、経路長を求めた。流星監視プロジェクト CAMS(Jenniskens et al., 2018)が観測した流星のデータと比較して、本研究で決定した流星の発光高度や速度が、CAMSで観測された範囲に入っていることを確認した。CAMSのデータに見られる流星の発光高度と速度の間の正の相関は、今回観測した13個の流星についても同様のものが確認された。

# 目次

<b>第1章</b>	<b>序論</b>	<b>2</b>
1.1	流星	2
1.2	2地点観測	2
<b>第2章</b>	<b>流星の位置，速度，突入角度の求め方</b>	<b>4</b>
2.1	観測	4
2.2	流星の検出	6
2.3	観測点から見た流星の方向	6
2.4	流星の位置決定	14
2.5	速度と突入角度	16
<b>第3章</b>	<b>結果</b>	<b>18</b>
3.1	解析結果	18
3.2	誤差	19
3.3	CAMSとの比較	20
3.4	始点高度と速度の関係	22
<b>第4章</b>	<b>まとめ</b>	<b>23</b>
	付録	26

# 第1章 序論

## 1.1 流星

流星は、宇宙空間にある塵が地球大気に突入することで生じる発光現象である。一般に流星の速度はおよそ  $11.2\text{km/s}$ ~ $72.8\text{km/s}$  と非常に高速であり、およそ  $85\text{km}$ ~ $115\text{km}$  で発光する (Beech, 2006)。流星を観測するにはカメラの感度と解像度、フレームレートが重要だが、近年はカメラの性能向上により安価なカメラでも流星を撮影することができるようになった (図 1.1)。本研究では、自分で設置したカメラを用いて流星を観測し、流星の位置と移動速度を求めた。

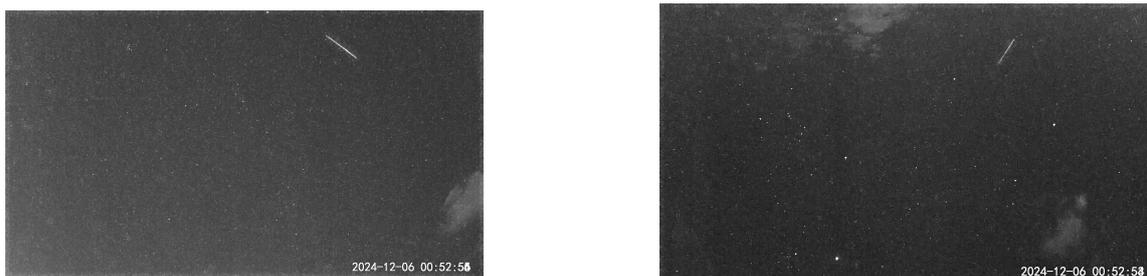


図 1.1: 2024 年 12 月 6 日 00 時 52 分 55 秒に観測された流星。15 fps で 1 秒間撮影したものを比較明合成した。右上にある直線上の光跡が流星。(左) 岡山。(右) 松江。

## 1.2 2 地点観測

流星の位置を 3 次元空間で決定するためには、最低でも 2 地点から観測する必要がある。図 1.2 は、流星観測の模式図である。黄色の線は流星の軌跡を表している。観測点 1 から撮像観測したとき、この 3 つの流星の軌跡は同じように観測されるため、流星の軌跡を一意に決定することができない。しかし、観測点 1 で観測した流星を別の観測点 2 から観測していれば、流星の軌跡を一意に決定することができる。

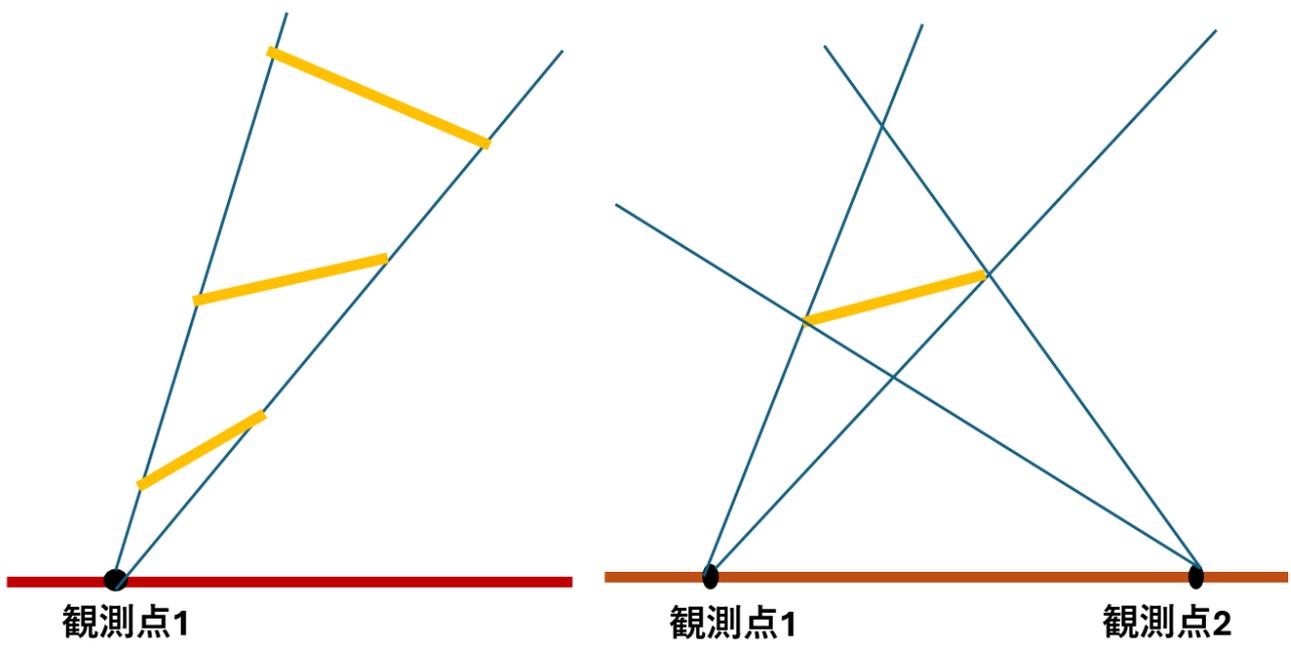


図 1.2: 1 地点観測 (左) と 2 地点観測 (右).

## 第2章 流星の位置，速度，突入角度の求め方

### 2.1 観測

観測には ATOM Cam 2 というカメラ (図 2.1) を 2 台使用した。ATOM Cam 2 は値段の割に感度と解像度が高く，夜間でも 1 秒あたり 15 フレームの撮像が可能である。画角は  $120^\circ$  で，広い範囲を観測することができるのもよい点である。また，カメラ本体は防水性能があるため，雨が降るたびにカメラを移動させる必要もない。



図 2.1: 岡山大学に設置したカメラ。中央の白い立方体がカメラ。カメラの左に写っている硬貨は 100 円玉。

本研究では，1 台目のカメラを岡山大学に設置し，2 台目を岡山から 121km 離れた松江高専に設置した。観測点とカメラの向きは表 2.1 の通りである。この時，高度 100km での 2 地点観測可能範囲は図 2.2 の紫の斜線で、面積は  $34310\text{km}^2$  である。

表 2.1: 観測点とカメラの向き.

観測地点	位置		カメラの向き	
	緯度	経度	方位*	仰角
岡山大学	34.689°	133.922°	311°	52°
松江高専	35.496°	133.025°	144°	65°

\*北から東向きに測った角度

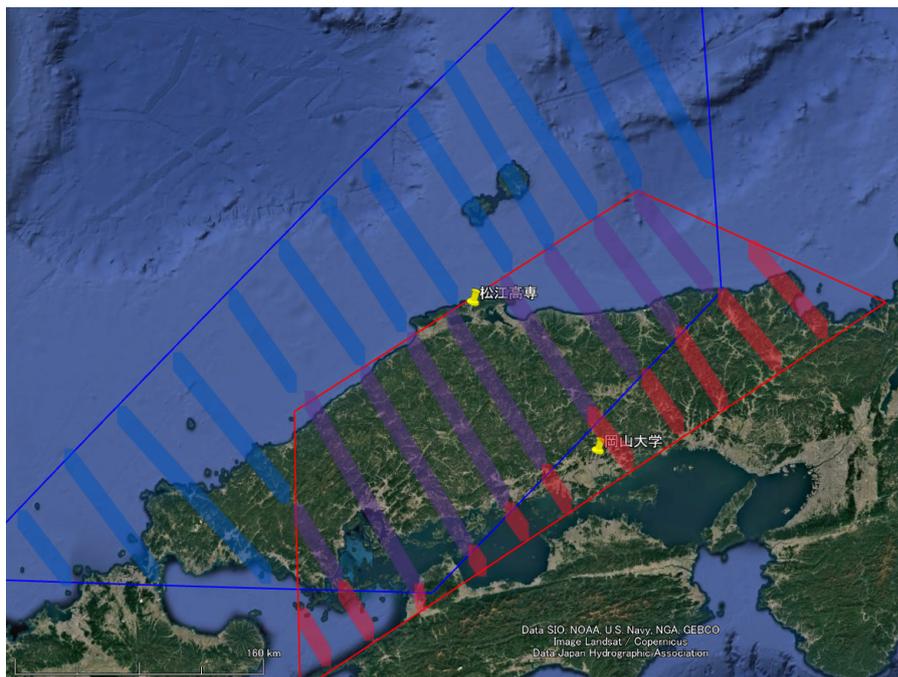


図 2.2: 2 地点観測可能範囲. 左下に縮尺を記載. 青は岡山のカメラが高度 100km で観測する範囲, 赤は松江のカメラが高度 100km で観測する範囲, 赤と青が重なる紫の範囲が 2 地点観測可能範囲.

## 2.2 流星の検出

ATOM Cam 2 が撮影した動画を岡山大学に設置したサーバに保存した後、meteor-detect (kin-hasegawa, 2022) を用いて流星の自動検出をおこなった。meteor-detect は、前後の時間に撮影された画像から差分画像を作成して移動物体を抽出し、その中から流星候補となる直線状のパターンを検出する。流星と飛行機の区別ができていない場合があるため、meteor-detect が検出した流星候補を全て目で見、流星であるかどうか判別した。

岡山と松江でそれぞれ流星の検出をおこない、岡山と松江で同時刻(1秒以内)に検出された流星があれば、それを2地点から観測した流星と判定した。カメラの時刻はNTPで設定しているため、時刻の精度は1秒以下と推定される。

## 2.3 観測点から見た流星の方向

検出された流星は、それぞれの観測点で撮像した画像に基づいて、それぞれの観測点から見た流星の方向を決定した。観測点から見た流星の方向は、方位角と高度角という量を使って表す。方位角は北から東向きに測った角度で、高度角は地平線からの角度である。

画像の各点における方位角と高度角は、画像に写った恒星を用いて決定した。各観測点から見た恒星の位置は、観測点の座標(緯度・経度)と時刻が与えられれば計算によって求めることができる。図2.3は、岡山と松江のそれぞれで、画像上の位置と方位角・高度角を測定した恒星を示している。岡山と松江で、それぞれ70-80個程度の恒星を測定した。恒星の画像上の位置  $(x, y)$  は、AstroImageJ を用いて測定した(図2.4)。画像の左上の座標が  $(0, 0)$ 、 $x$  は左から右へ増加、 $y$  は上から下へ増加する。恒星の方位角・高度角  $(\lambda, \phi)$  は、Cartes du Ciel を用いて求めた(図2.5)。測定結果を表2.2と表2.3に示す。

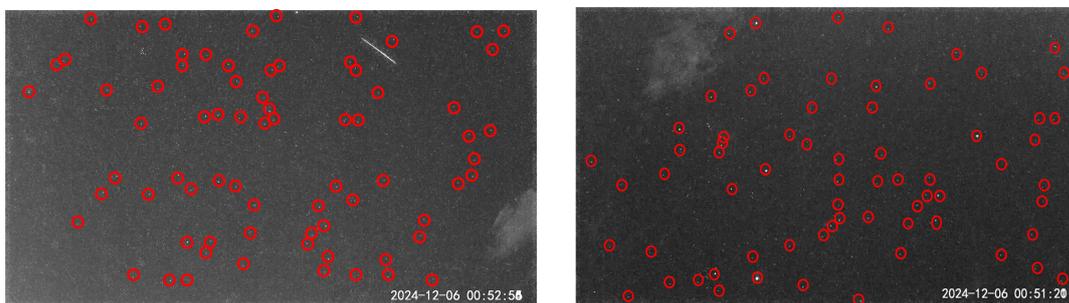


図 2.3: 画像上の位置と方位角・高度角を測定した恒星。赤丸で囲んだ恒星を測定した。(左) 岡山。(右) 松江。



図 2.4: AstroImageJ を用いて恒星の画像上の位置を測定する。画面中央やや上にある丸で囲まれた恒星の画像上の位置を測定したときの画面。

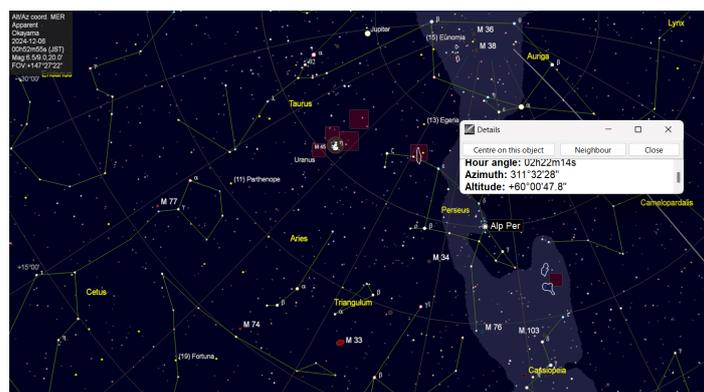


図 2.5: Cartes du Ciel を用いて恒星の方位角と高度角を求める。画像は、2024年12月6日00時52分55秒の岡山から見たペルセウス座アルファ星の方位角・高度角を求めたときの画面。

表 2.2: 岡山で撮像された恒星の画像上の座標と方位角・高度角.

恒星	x 座標	y 座標	方位角	高度角	経験式で求めた方位角	経験式で求めた高度角
1	1803.98279	76.4192963	37.0361099	49.3871651	41.4516411	51.9182434
2	1704.00818	79.4982986	32.4527779	53.1761932	32.9271126	56.2052917
3	1749.71692	151.039307	28.8502769	48.8101387	30.1318703	51.0001564
4	1618.69104	351.061493	6.13277769	46.9221649	6.13624668	47.2553062
5	1753.73792	436.662506	9.60055542	38.9923325	10.5823574	37.8657379
6	1673.40356	451.241394	4.61722231	41.4359169	4.56907415	40.5935707
7	1694.23743	533.744812	1.95833337	37.3087769	2.25828767	36.0040321
8	1687.45410	604.974121	359.498596	35.1869164	359.227142	33.0510368
9	1634.16235	627.105286	355.845551	35.9381943	355.270386	34.1500092
10	1512.77515	761.143982	345.322510	33.4004707	344.927704	32.3114204
11	1499.11206	818.729492	343.303070	31.0661106	343.293732	30.1289005
12	1546.29675	977.304626	342.916931	22.4653339	344.768433	21.4103680
13	1403.27893	107.359596	10.2452774	65.0763855	4.95191574	65.1421280
14	1271.37415	22.9029999	5.72749996	70.2734146	358.143076	71.9723434
15	1245.56555	188.455200	347.868622	64.8088608	346.121033	64.9438934
16	1264.79126	211.742798	348.279449	63.3107796	346.647491	63.5320244
17	1347.68042	300.585205	350.409729	57.4135284	349.026459	57.7505074
18	1273.27954	406.343292	339.699158	54.5969429	339.067902	54.5412598
19	1238.86841	448.784485	335.557770	53.2589722	335.196198	53.2537956
20	1368.65369	618.687622	340.200562	43.0140839	339.122345	42.8208466
21	1376.82996	903.573608	335.049713	29.4028606	335.443207	29.6965771
22	1382.27734	969.837708	334.371399	26.0648880	335.436615	26.5548668
23	1274.59253	963.946289	328.595276	27.8872776	329.306183	29.2209320
24	1262.04980	693.082886	330.946106	41.8141670	331.054504	41.7486458
25	1196.89697	642.465698	328.222504	44.6713066	327.841675	45.1628189
26	1134.84924	716.025879	323.050293	41.7044983	322.927887	42.6865692
27	1158.11926	784.333801	323.810547	38.1360283	323.644867	39.2884254
28	1107.55200	818.789612	320.309174	36.8521118	320.369263	38.3404617
29	1089.31555	847.848083	318.996124	35.4843597	319.121246	37.2116508
30	1167.29187	904.726501	323.179443	32.0189705	323.378113	33.7012634
31	1154.12000	953.032776	322.010834	29.6770000	322.447754	31.6891212
32	1105.96045	180.395096	332.569458	68.1395264	333.214203	67.3174362
33	1066.54504	382.289795	322.353882	58.7117767	323.691528	58.5432968
34	1051.23486	492.741608	319.385559	53.4116936	320.360016	53.6605148

---

35	986.147217	24.0524006	320.168884	77.4334412	321.300659	75.3294296
36	985.256287	205.487793	316.089172	68.1655273	318.057556	67.1029587
37	964.146118	218.039001	313.143066	67.5829697	313.614197	66.6177750
38	933.360474	298.593109	309.316956	63.5567513	305.528351	62.8684349
39	955.015320	368.600098	311.484711	60.3170547	309.500732	59.7813911
40	1011.97693	444.375092	316.453339	56.0538902	317.792511	56.1266251
41	991.221497	472.754608	314.458344	54.7249985	315.527405	54.9508629
42	938.212402	414.908997	309.877777	57.7000847	307.419708	57.6139297
43	892.246277	75.7846985	300.922791	74.7549438	295.250000	72.7406387
44	837.248291	257.805115	297.807495	65.1546402	294.157745	64.0323792
45	805.824890	197.368103	292.121124	67.8220291	289.077728	66.4460068
46	728.784424	165.435593	280.878326	68.0495300	280.274017	66.8744202
47	648.417297	160.027496	271.364716	66.3936920	272.578369	65.7285156
48	642.081909	201.359100	273.529175	64.4773026	274.206024	63.7296982
49	845.651611	393.333313	300.998047	58.4880295	298.394989	57.9634132
50	768.573303	382.736603	293.535828	58.3495560	291.862579	57.5820961
51	724.617004	385.505402	289.615570	57.6583900	288.536530	56.8273659
52	900.647217	709.419800	307.242218	42.9142494	306.822906	44.0519371
53	886.128174	806.696106	306.516388	37.9806671	306.483368	39.5415382
54	860.385986	928.822510	305.209442	31.7534714	305.426758	33.8016052
55	832.348022	642.166077	300.719727	46.1907501	301.698883	46.5486565
56	770.532593	624.166077	297.584167	46.5467491	297.406494	46.6557426
57	742.132629	840.085876	298.116669	35.1746941	298.147736	36.4687004
58	725.683472	884.022217	297.028625	33.2462769	297.467865	34.2293816
59	649.172119	396.637390	283.342773	55.9086685	283.275421	55.0096970
60	670.438477	654.880310	291.654175	44.4492493	291.576019	43.6947174
61	625.505310	599.917786	286.860291	46.0307770	287.625183	45.3157806
62	658.056213	843.407776	292.681946	34.6563339	293.266785	34.9125252
63	653.796021	980.458496	293.713348	27.7033329	293.729218	28.6144905
64	596.413330	982.884583	290.559174	26.9385281	290.461456	27.3227024
65	578.023987	58.9691010	254.984726	67.8749695	259.816254	68.8199463
66	550.966675	285.901398	270.161377	58.6043892	271.112762	57.8835182
67	520.796326	669.311279	281.370270	40.9801102	282.640717	39.7302322
68	462.414307	971.136719	283.121674	25.4930840	282.780518	24.4331245
69	491.438385	413.235992	271.458344	51.7225838	272.705048	50.5614853
70	487.444305	59.9930992	247.486938	64.3899689	251.448578	66.4755249
71	369.110809	291.166290	256.805847	52.7261124	257.722443	52.3475723
72	402.880310	604.235107	272.242493	41.3570824	273.766327	39.2586136
73	353.867889	662.588623	270.921387	37.5608330	272.349609	34.9769211

---

74	261.100494	777.077087	268.543335	30.0707779	269.282593	26.3495064
75	311.427704	32.6105003	233.936661	57.3161926	233.348984	62.0391579
76	210.939301	185.137695	240.507217	49.5734177	238.389038	51.1598282
77	195.746704	194.608994	240.342224	48.6668053	237.988739	50.0860176
78	86.5354996	298.710205	240.803329	41.2151108	237.950851	40.3818855

---

表 2.3: 松江で撮像された恒星の画像上の座標と方位角・高度角.

恒星	x 座標	y 座標	方位角	高度角	経験式で求めた方位角	経験式で求めた高度角
1	1719.80273	30.3015003	238.177780	49.1674156	252.796188	59.2527161
2	1790.13745	211.064499	226.664993	44.5120850	236.550262	49.8000412
3	1636.73792	191.620499	223.410553	52.8573074	227.412567	57.0430031
4	1561.33984	78.1325989	231.171661	57.6690826	234.377289	63.9754066
5	1456.06702	83.4676971	227.991394	63.0403595	225.389725	67.5929489
6	1389.74329	114.852798	221.980270	66.0614471	216.524216	68.7035599
7	1378.62195	53.2565002	229.554993	67.1155853	222.523834	71.2247238
8	1231.07117	97.4163971	216.656662	73.8529434	204.843628	74.0338821
9	1055.89124	66.6251984	206.297226	82.4108887	189.523834	79.3787613
10	1249.05664	171.297897	206.468887	71.5633926	199.264511	70.9444580
11	1107.32043	213.686005	183.787781	75.6392746	183.073013	73.0635986
12	836.734009	16.0806007	63.6155548	85.9434967	96.1546631	80.5312881
13	983.063599	248.487503	156.750275	76.8336105	165.803894	74.4699860
14	949.879395	289.391602	148.675552	75.1313019	132.951675	73.2593536
15	918.690674	308.483490	142.546387	74.2021637	128.309769	71.9877090
16	919.611572	362.087311	142.696106	71.5117493	131.036819	70.1227112
17	809.021118	315.266998	123.518059	73.0494461	117.650940	69.3866272
18	687.507324	185.995499	90.9516678	75.2952805	97.4445343	70.8560791
19	654.512512	288.425812	99.3852768	70.5019455	103.186630	66.3409653
20	551.948730	307.525299	90.7297211	66.2895813	96.8477783	62.5960579
21	621.276794	362.563385	102.023331	66.6135864	105.940300	62.7775459
22	589.369690	399.796997	101.576111	64.1838074	106.015068	60.5153503
23	543.084106	398.033508	97.3066635	62.7804985	102.577316	59.1347160
24	576.796021	462.293793	104.397499	61.3107224	108.783577	57.9347076
25	696.453186	452.863312	115.653893	64.6322250	116.829247	61.7230415
26	775.087219	441.144989	124.131943	66.5446091	122.081993	64.1544800
27	924.833008	448.367188	143.270004	67.1763306	135.230667	67.1942062
28	757.266724	544.287720	125.299164	61.3546104	125.414963	60.0907059
29	929.994812	526.909119	143.698334	63.2275276	138.409256	64.5355072
30	1196.44556	487.380707	172.990555	61.7589455	173.474960	61.2551422
31	1328.75293	421.656708	188.479996	60.6347504	186.507065	59.8347816
32	1457.80847	311.653809	205.767776	59.1260834	203.419876	59.5163841
33	1497.41467	399.317596	201.160278	55.2015839	199.858185	55.0449104
34	1373.77185	552.739502	184.221390	54.1621094	182.872452	53.8316383

---

35	1366.11401	579.793396	182.378052	53.3072510	181.212219	53.1236191
36	1355.43896	604.906921	180.471664	52.5872765	179.515411	52.5761223
37	1404.61255	754.464172	177.993057	44.8404427	178.366119	45.7491951
38	1525.35852	637.519897	189.769165	45.8719444	189.635437	45.6640701
39	1520.34521	566.548523	192.915283	48.6823616	192.148849	48.3408966
40	1587.40930	470.916992	201.814728	49.1168594	201.584702	49.1786728
41	1748.82434	437.787689	211.175003	42.7332497	214.611191	43.6764374
42	1859.56213	519.042297	211.455002	35.2519722	217.140442	35.7613945
43	1338.72485	984.043091	168.081116	35.6992760	171.402405	39.7732506
44	1233.66992	1021.86969	161.318893	35.6809158	164.572159	41.4856834
45	1257.59534	771.460083	167.844162	47.5266685	168.417542	49.6217041
46	1205.86011	821.023499	163.121384	46.0643883	164.227005	49.2870865
47	953.766479	822.697815	144.886383	48.3277206	145.829330	54.5961647
48	732.701782	1000.27307	130.452499	38.4216118	132.358292	43.4475822
49	919.900513	1846.48682	142.224442	36.8601379	128.725662	17.9791451
50	1040.00854	590.336609	154.417770	59.4838333	157.965515	61.3174248
51	1107.44958	612.208313	160.216385	57.6171112	162.256531	59.0598984
52	1027.50647	713.033020	151.489716	53.5383873	154.103455	57.2667999
53	777.168579	791.091492	131.418610	49.3858604	133.451187	51.9110603
54	799.628418	709.485718	132.219162	53.6562767	133.408340	55.3166733
55	304.853790	181.799393	63.7341652	58.2036934	67.1573792	58.2106857
56	186.751297	256.801208	65.3769455	51.1673317	66.0312347	50.6713219
57	143.587296	376.454987	71.7408371	46.7233047	73.1718979	44.5627022
58	144.138107	427.424408	74.8899994	45.6078873	76.8594742	42.7967529
59	74.9368973	88.4186020	49.7500000	46.4212227	39.3214607	51.5279694
60	162.533203	154.308899	56.7741661	51.0520821	53.6787834	53.2106133
61	393.697906	613.832275	98.4472198	49.6495018	103.418777	46.4248924
62	577.959290	804.471985	117.318611	46.0318336	120.665810	45.9492912
63	377.257904	836.589600	105.521385	39.7743340	108.191727	37.9906197
64	299.783112	493.328003	86.5413895	50.5892487	91.4659348	47.0648956
65	170.655594	597.077698	85.0591660	41.8523598	87.9852982	38.0135536
66	161.863495	671.510986	87.8858337	38.9770546	90.2710800	35.0108757
67	104.504700	672.138489	85.0758362	36.4842491	86.5490494	32.3980446
68	66.4004974	839.000793	89.3330536	28.6403065	88.1988678	24.7560177
69	97.0885010	936.354492	93.7133331	25.8358326	91.2849655	22.7729855
70	475.523987	915.165222	113.326385	38.6123619	115.415993	38.7370796

---

画像上の座標  $(x, y)$  から方位角  $\lambda$  と高度角  $\phi$  を計算する経験式は以下で与えられると仮定した.

$$\lambda = a_0 + a_1x + b_0 \frac{x - x_0}{|x - x_0|} \left( \frac{|x - x_0|}{960.5} \right)^{b_2} \left( \frac{|y - 1080.0|}{1080.0} \right)^{b_1} \quad (2.1)$$

$$\phi = c_0 + c_1y + d_0 + d_1|x - 960.5| + d_2|x - 960.5|^2 \quad (2.2)$$

経験式中のパラメタの値は, 表 2.2 と表 2.3 の数値を用いて決定した (表 2.4).

表 2.2 と表 2.3 には, 経験式 (2.1) と (2.2) を用いて計算した方位角と高度角の値も載せた. 経験式で計算した方位角と高度角の真値からのズレについて, 二乗平均平方根を計算した結果を表 2.5 に示す. 岡山では方位角と高度角, どちらもズレの大きさは 2 度程度以下となった. 松江は高度角のズレは岡山と同程度の 2 度以下であるが, 方位角は 7 度程度とやや大きくなった. このズレを小さくするには, 経験式を変更する必要がある.

表 2.4: 方位角と高度角の計算に用いたパラメタの値.

	岡山	松江
$a_0$	256.39318466186523	85.492794036865234
$a_1$	5.73514198470291E-002	6.4070582820712013E-002
$x_0$	960.50000000000000	960.50000000000000
$b_0$	54.639805200972027	63.856586100282144
$b_1$	2.5448984232021470	2.4714246040755699
$b_2$	0.4901870455802636	0.17548079372063122
$c_0$	66.192078379987805	70.617725758002194
$c_1$	-4.5363423441791000E-002	-3.5131560732186345E-002
$d_0$	10.328894369182587	13.005859881877669
$d_1$	-3.2532969499796949E-003	-1.8419704213018515E-002
$d_2$	-2.5850934030660272E-005	-1.6165733096605860E-005

表 2.5: 経験式で計算した方位角と高度角の誤差 (二乗平均平方根).

	方位角 (度)	高度角 (度)
岡山	1.95	1.39
松江	7.03	1.21

## 2.4 流星の位置決定

流星の位置は、観測点から流星が観測された方向に伸ばした直線上にある。2地点から観測されたなら、それぞれの観測点から伸ばした直線が重なる場所が、流星の位置となる。2つの観測点の位置ベクトルを  $\vec{A}$  と  $\vec{B}$ 、それぞれの観測点から見た流星の方向を表すベクトルを  $\vec{u}$ ,  $\vec{v}$  とすると、各観測点から伸ばした直線はパラメタ  $c$  と  $d$  を使って以下のように表される。

$$\vec{a} = \vec{A} + c\vec{u}, \quad (2.3)$$

$$\vec{b} = \vec{B} + d\vec{v}. \quad (2.4)$$

この2つの直線を表す  $\vec{a}$  と  $\vec{b}$  の交点が、流星の位置となる。ちなみに、 $\vec{u}$  と  $\vec{v}$  を単位ベクトルにしておくと、 $c$  と  $d$  は各観測点から流星までの距離になる。

地球の中心を原点とし、緯度0度・経度0度の方向を  $X$ 、緯度0度・経度90度の方向を  $Y$ 、緯度90度の方向を  $Z$  とした地心直交座標系  $(X, Y, Z)$  を用いると、 $\alpha$  を経度、 $\beta$  を緯度、 $h$  を高度とした観測点  $(\alpha, \beta, h)$  の座標は以下の式で与えられる(福島, 2002)。

$$X = (N(\beta) + h) \cos \beta \cos \alpha, \quad (2.5)$$

$$Y = (N(\beta) + h) \cos \beta \sin \alpha, \quad (2.6)$$

$$Z = \left( \frac{b^2}{a^2} N(\beta) + h \right) \sin \beta, \quad (2.7)$$

$$N(\beta) = \frac{a^2}{\sqrt{a^2 \cos^2 \beta + b^2 \sin^2 \beta}}, \quad (2.8)$$

ここで、 $a$  は赤道半径 (6378.1 km)、 $b$  は極半径 (6357.1 km) である。地球が楕円体であることを考慮して、WGS84系で定義される測地系を用いた。観測点  $(\alpha, \beta, h)$  における、方位角  $\lambda$ ・高度角  $\phi$  の方向を表す単位ベクトル  $(x, y, z)$  は以下で与えられる (Subirana, 2011)。

$$\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -\sin \alpha & -\sin \beta \cos \alpha & \cos \beta \cos \alpha \\ \cos \alpha & -\sin \beta \sin \alpha & \cos \beta \sin \alpha \\ 0 & \cos \beta & \sin \beta \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \sin \lambda \cos \phi \\ \cos \lambda \cos \phi \\ \sin \phi \end{pmatrix}. \quad (2.9)$$

以上より、2つの観測点の座標と、それぞれの観測点から見た流星の方向(方位角と高度角)が与えられれば、式(2.3)と(2.4)の  $\vec{A}$ ,  $\vec{B}$ ,  $\vec{u}$ ,  $\vec{v}$  を式(2.5)から(2.9)を用いて計算することができ、 $\vec{a} = \vec{b}$  となる  $c$  と  $d$  を求めることで、流星の位置を決定することができる。

2つの直線の交点の位置を求めるにあたっては、観測点1から見た直線上にある点  $a$  と観測点2から見た直線上にある点  $b$  の距離  $L$  を最小にする  $c_m$  と  $d_m$  を

求めた. 距離  $L$  の 2 乗は

$$L^2 = |\vec{a} - \vec{b}|^2 = |\vec{A} + c\vec{u} - \vec{B} - d\vec{v}|^2. \quad (2.10)$$

これを展開すると,

$$L^2 = |\vec{A} - \vec{B}|^2 + c^2 + d^2 + 2c(\vec{A} - \vec{B}) \cdot \vec{u} - 2d(\vec{A} - \vec{B}) \cdot \vec{v} - 2cd(\vec{u} \cdot \vec{v}). \quad (2.11)$$

$L^2$  を  $c$  と  $d$  で偏微分すると,

$$\frac{\partial L^2}{\partial c} = 2c + 2(\vec{A} - \vec{B}) \cdot \vec{u} - 2d(\vec{u} \cdot \vec{v}), \quad (2.12)$$

$$\frac{\partial L^2}{\partial d} = 2d - 2(\vec{A} - \vec{B}) \cdot \vec{v} - 2c(\vec{u} \cdot \vec{v}). \quad (2.13)$$

$L^2$  が最小になるのは,  $\partial L^2 / \partial c = 0$  かつ  $\partial L^2 / \partial d = 0$  のときなので,

$$2c_m + 2(\vec{A} - \vec{B}) \cdot \vec{u} - 2d_m(\vec{u} \cdot \vec{v}) = 0, \quad (2.14)$$

$$2d_m - 2(\vec{A} - \vec{B}) \cdot \vec{v} - 2c_m(\vec{u} \cdot \vec{v}) = 0. \quad (2.15)$$

この 2 つの式を満たす  $c_m$  と  $d_m$  は,  $\vec{u} \cdot \vec{v} \neq 1$  のとき以下で与えられる.

$$c_m = \frac{U - Vk}{k^2 - 1}, \quad (2.16)$$

$$d_m = \frac{Uk - V}{k^2 - 1}. \quad (2.17)$$

ここで,

$$U = (\vec{A} - \vec{B}) \cdot \vec{u}, \quad (2.18)$$

$$V = (\vec{A} - \vec{B}) \cdot \vec{v}, \quad (2.19)$$

$$k = \vec{u} \cdot \vec{v}. \quad (2.20)$$

2 つの直線上の点

$$\vec{a}_m = \vec{A} + c_m \vec{u}, \quad (2.21)$$

$$\vec{b}_m = \vec{B} + d_m \vec{v}. \quad (2.22)$$

は, 2 つの直線を最短距離で結ぶ直線とそれぞれの直線が交わる点である. 2 つの直線が交わる時,  $\vec{a}_m = \vec{b}_m$  となり, 流星の位置  $\vec{m}$  は

$$\vec{m} = \vec{a}_m = \vec{b}_m. \quad (2.23)$$

と推定される. 実際の観測では, 観測に含まれる誤差のため 2 つの直線は交点を持たず,  $\vec{a}_m \neq \vec{b}_m$  なることがほとんどである. その場合には, 流星は  $\vec{a}_m$  と  $\vec{b}_m$  の間にあると推定し,

$$\vec{m} = \frac{\vec{a}_m + \vec{b}_m}{2}. \quad (2.24)$$

を最良推定とした．地心直交座標系で求めた流星の位置  $\vec{m} = (X_m, Y_m, Z_m)$  は，以下の式 (福島, 2002) を用いて経度  $\alpha_m$ ，緯度  $\beta_m$ ，高度  $h_m$  に変換した．

$$\alpha_m = \arctan\left(\frac{Y_m}{X_m}\right), \quad (2.25)$$

$$\beta_m = \arctan\left(\frac{Z_m + e'^2 b \sin^3 \theta}{p - e^2 a \cos^3 \theta}\right), \quad (2.26)$$

$$h_m = \frac{p}{\cos \beta_m} - N(\alpha_m). \quad (2.27)$$

ここで，

$$p = \sqrt{X_m^2 + Y_m^2}, \quad (2.28)$$

$$\theta = \arctan\left(\frac{aZ_m}{bp}\right), \quad (2.29)$$

$$e^2 = \frac{a^2 - b^2}{a^2}, \quad (2.30)$$

$$e'^2 = \frac{a^2 - b^2}{b^2}, \quad (2.31)$$

$$N(\beta_m) = \frac{a^2}{\sqrt{a^2 \cos^2 \alpha_m + b^2 \sin^2 \alpha_m}}. \quad (2.32)$$

である．

## 2.5 速度と突入角度

流星の速度  $V$  は，流星が発光した軌跡の長さ  $l$  と，流星の発光が継続した時間  $t$  から求めた．

$$V = l/t \quad (2.33)$$

流星の軌跡は，流星が発光を始めた点を始点，流星が発光を止めた点を終点と定義し，始点と終点を結ぶ直線とした．始点と終点の推定には，それぞれ  $\vec{a}_m$  から  $\vec{b}_m$  までの幅があること (2.4 節) を考慮して，経路長の誤差を推定した．

発光継続時間  $t$  は，流星が写ったフレームの数を数えて決定した．フレームレートが 15 fps であるため，1 フレームあたりの時間は 1/15 秒である．発光の始まりと停止を含むフレームは，フレームの途中で発光が始まったか停止しているので，1/15 秒の間継続して発光していない．したがって， $n$  フレームにわたって検出された流星の発光継続時間は  $(n-1)/15$  秒とした．発光の始まりと停止を含むフレームで発光していた時間の長さが誤差になるので，発光継続時間の誤差は最大で  $\pm 1/15$  秒である．

地球への突入角度は、地球の中心から終点方向に伸ばした直線と流星の軌跡がなす角度として定義した(図 2.6). 始点の位置ベクトルを  $\vec{m}_b$ , 終点の位置ベクトルを  $\vec{m}_e$  としたとき, 突入角度  $\gamma$  は

$$\cos \gamma = \frac{\vec{m}_e \cdot (\vec{m}_b - \vec{m}_e)}{|\vec{m}_e| \cdot |\vec{m}_b - \vec{m}_e|} \quad (2.34)$$

によって計算される.

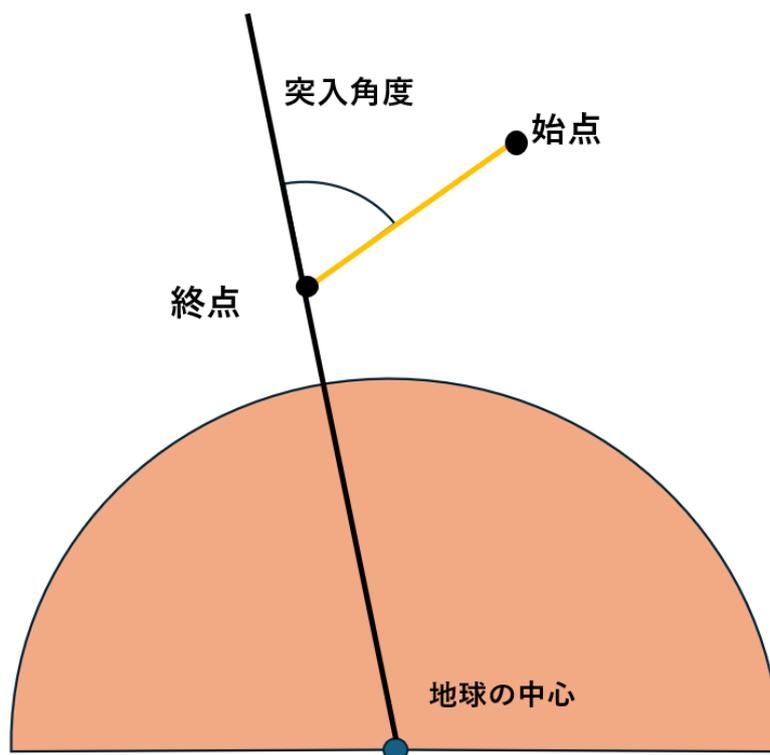


図 2.6: 突入角度.

## 第3章 結果

### 3.1 解析結果

2024年12月6日～25日の期間に、13個の流星を2地点から観測した。2地点で観測した流星の画像を用いて、始点高度、終点高度、発光継続時間、平均速度、突入角度、経路長を計算した(表3.1)。始点高度と終点高度の誤差は、最良推定の高度に対する  $\vec{a}_m$  と  $\vec{b}_m$  の高度として与えた(2.4節)。

表 3.1: 観測された流星.

日時	始点高度 (km)	終点高度 (km)	発光継続時間 (s)	平均速度 (km/s)	突入角度 ( $^{\circ}$ )	経路長 (km)
2024/12/06 00:52:55	85.1 ( $\pm 0.25$ )	66.8 ( $\pm 0.48$ )	0.80	24.0	20.2	19.2
2024/12/06 01:00:48	88.3 ( $\pm 1.41$ )	80.0 ( $\pm 1.79$ )	0.40	64.2	79.7	25.7
2024/12/07 02:32:14	71.5 ( $\pm 2.79$ )	60.0 ( $\pm 1.29$ )	0.73	22.6	51.7	16.6
2024/12/07 02:32:54	78.9 ( $\pm 4.88$ )	64.1 ( $\pm 2.73$ )	0.33	50.7	32.5	16.9
2024/12/07 02:59:38	90.1 ( $\pm 0.12$ )	80.2 ( $\pm 0.42$ )	0.40	50.6	67.2	20.3
2024/12/07 04:11:28	82.5 ( $\pm 0.03$ )	70.4 ( $\pm 0.12$ )	0.20	74.1	38.2	14.8
2024/12/07 06:00:43	105.0 ( $\pm 0.01$ )	94.1 ( $\pm 0.30$ )	0.27	42.4	13.0	11.3
2024/12/09 02:56:43	91.5 ( $\pm 1.12$ )	74.2 ( $\pm 0.57$ )	0.33	59.4	32.7	19.8
2024/12/19 20:44:59	72.9 ( $\pm 0.36$ )	66.7 ( $\pm 0.66$ )	1.13	21.9	85.6	24.8
2024/12/25 00:57:30	100.0 ( $\pm 0.20$ )	79.2 ( $\pm 0.27$ )	0.47	61.7	49.9	28.8
2024/12/25 01:04:38	77.5 ( $\pm 0.83$ )	69.4 ( $\pm 0.29$ )	0.20	51.3	40.3	10.3
2024/12/25 01:56:18	102.0 ( $\pm 0.43$ )	101.0 ( $\pm 0.16$ )	0.20	60.4	87.9	12.1
2024/12/25 05:18:48	97.1 ( $\pm 0.38$ )	91.8 ( $\pm 0.45$ )	0.27	31.7	53.2	8.5
平均	87.9 ( $\pm 0.98$ )	76.7 ( $\pm 0.73$ )	0.44	47.3	50.2	17.6

## 3.2 誤差

始点高度と終点高度にはおおよそ 1 km の誤差があると見積もられた (表 3.1). この誤差の大部分は, 2.3 節で求めた方位角と高度角の誤差に依るものとして説明することができる. 経験式を用いて求めた方位角と高度角には, それぞれ 2 度程度の誤差があった (表 2.5). 天球上の角距離で考えると, 方位角の誤差は高度角  $e$  の余弦 ( $\cos e$ ) に比例するので, 高度角  $60^\circ$  であれば天球上における方位角と高度角を合わせた誤差は約 2.2 度となる. 流星の高度が 80km のとき (表 3.1), 観測点から流星までの距離は  $80/\sin 60^\circ \simeq 90$  km で, 角度 2.2 度の誤差は流星の位置で 3.5 km の誤差になる. したがって, 高さ方向には最大で 1.8 km (3.5 km の  $\cos e$  倍) の誤差が生じる可能性がある. 誤差によってずれる方向は視線方向に対してランダムであるとする, 高度方向の誤差の期待値は最大誤差の  $2/\pi$  倍である 1.1 km となる. 始点高度と終点高度に見られる誤差の大きさは, 方位角と高度角に起因する誤差の大きさとほぼ同程度であることから, 方位角と高度角の誤差が始点高度と終点高度の誤差の原因であると推察される.

流星の経路長の誤差を, 始点位置と終点位置の推定範囲 (2.4 節) から求めた結果を表 3.2 に示す. 13 個の流星の経路長の平均が 17.6 km であるのに対し, 経路長は 4.9 km の幅をもって推定された.

平均速度は, 経路長と発光継続時間の両方に含まれる誤差の影響を受ける. 経路長に含まれる誤差  $\pm 2.5$  km が平均速度にもたらす誤差の大きさは, 平均速度の平均 39.0 km/s と経路長の平均 17.6 km より,  $39.0 \times (\pm 2.5/17.6) \simeq \pm 5.5$  km/s である. 発光継続時間に含まれる誤差  $\pm 1/15$  秒が平均速度にもたらす誤差の大きさは, 平均速度の平均 39.0 km/s と発光継続時間の平均 0.51 秒より,  $39.0 \times (\pm (1/15)/0.51) \simeq \pm 5.1$  km/s である. 2つの誤差を考慮すると, 平均速度の誤差は 7.5 km/s になる.

表 3.2: 経路長の誤差.

	経路長 (結果) (km)	最長距離 (km)	最短距離 (km)	最長距離と 最短距離の 差 (km)
1	19.18	20.66	17.92	2.73
2	25.67	28.51	23.52	4.99
3	16.57	21.53	12.17	9.37
4	16.91	26.54	7.77	18.77
5	20.25	22.17	18.73	3.43
6	14.82	15.25	14.49	0.77
7	11.32	11.81	10.85	0.96
8	19.81	22.87	16.97	5.90
9	24.81	25.57	24.18	1.39
10	28.77	29.70	27.86	1.83
11	10.27	14.27	7.78	6.49
12	12.08	15.26	10.33	4.93
13	8.46	9.79	7.60	2.19
平均	17.62	20.30	15.40	4.90

### 3.3 CAMS との比較

今回観測した 13 個の流星の始点高度, 終点高度, 発光継続時間, 平均速度, 突入角度, 経路長を, 流星監視プロジェクト CAMS (Jenniskens et al., 2018) が 2010 年から 2017 年に観測したおよそ 47 万個の流星と比較した. 本研究で観測された流星の平均を見ると, 始点高度と終点高度は CAMS に比べて少し低いものの, 発光継続時間, 平均速度, 突入角度, 経路長は CAMS とほぼ同程度になっている (表 3.3). 頻度分布 (図 3.1) を見ても, 本研究で観測した流星は, CAMS が観測した流星の範囲に入っており, 本研究の解析手法が妥当であることを示唆するものと推測される.

表 3.3: 本研究で観測された流星と CAMS が観測した流星の比較.

	始点高度 (km) ( $\pm$ 誤差)	終点高度 (km) ( $\pm$ 誤差)	発光継 続時間 (s)	平均 速度 (km/s)	突入角 度 ( $^{\circ}$ )	経路長 (km)
本研究(平均)	87.9 ( $\pm$ 0.98)	76.7 ( $\pm$ 0.73)	0.44	47.3	50.2	17.6
CAMS(平均)	101.8	90.6	0.43	46.2	42.5	17.5

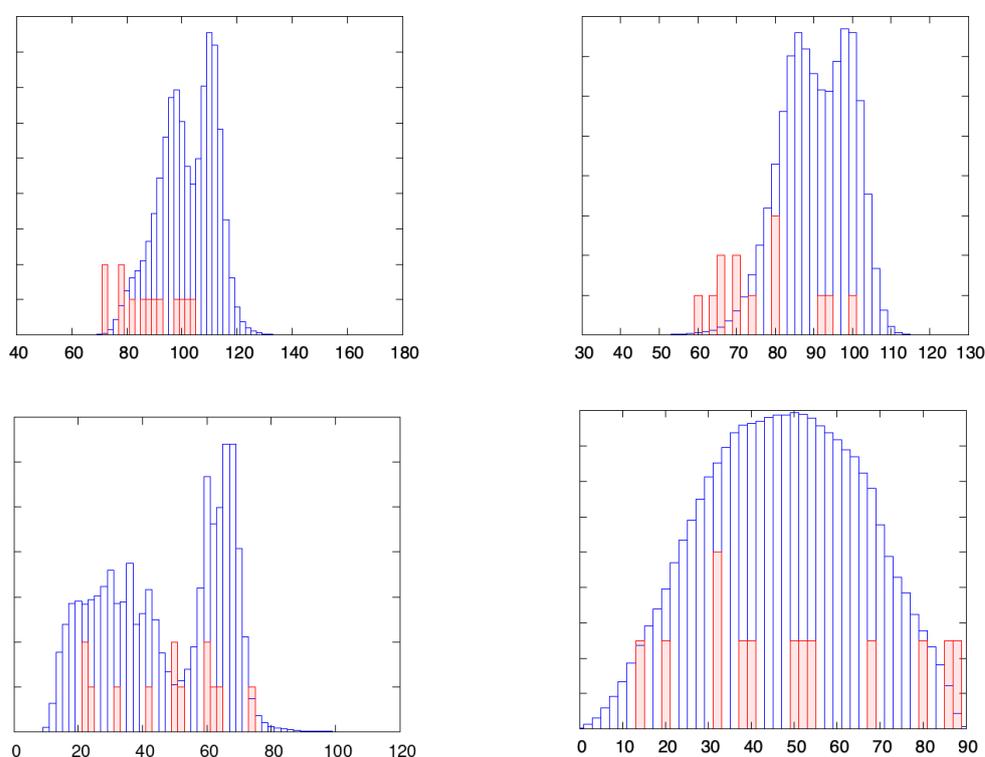


図 3.1: 始点高度 (左上), 終点高度 (右上), 平均速度 (左下), 突入角度 (右下) の頻度分布図. 赤は本研究, 青は CAMS.

始点高度と終点高度は, 平均値だけでなく頻度分布を見ても, 本研究と CAMS で違いがあるように見える (図 3.1). 低高度で発光した流星が本研究で多く観測された理由として, 観測システムの特徴に依るバイアス, 観測期間が短かったこと, などが考えられる. 観測期間が短かければ, たまたま低高度で発光する流星が選択的に観測されるということが起こり得る. 観測期間を延ばして観測数を増やせば, 観測期間に起因するものであるかどうかの区別ができるはずである.

観測数が少ないので定量的な評価をすることはしないが, 平均速度と突入角度の頻度分布には, 始点高度や終点高度に見られるような明らかな違いは見えない.

### 3.4 始点高度と速度の関係

始点高度と速度の関係を図3.2に示す。青い点はCAMSが観測した流星、赤い点は本研究で観測した流星で、それぞれの回帰直線を黒と赤の破線で示している。回帰直線を見るとどちらのデータでも速度が速くなると高度が高くなる傾向が見える。しかし、本研究のデータの相関係数は0.359で、データ数が13(自由度は11)であることを考慮すると、 $p$ 値は0.11となる。すなわち、始点高度と速度が無相関であっても、11%の確率で0.359より大きな相関係数が出る。残念ながら、本研究のデータから始点高度と速度に関係があるとは言えない(CAMSのデータからは、始点高度と速度に相関があると言える)。自分で取ったデータに基づいて始点高度と速度に関係があることを示すなら、データ数を増やす必要がある。

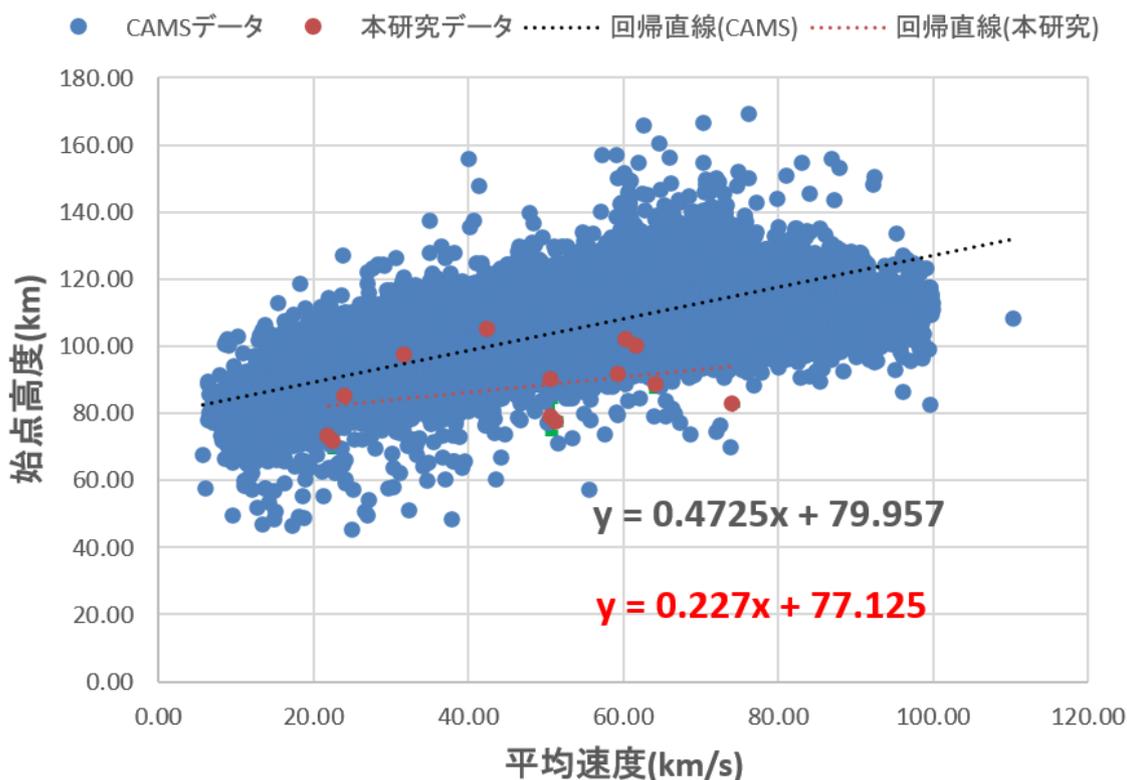


図 3.2: 始点高度と平均速度.

## 第4章 まとめ

岡山と松江にカメラを設置して，12月6日～25日の期間に13個の流星を2地点から観測した．2地点から観測した結果を用いて，流星が発光した高度，発光継続時間，速度，突入角度を求めた．

## 謝辞

本研究を進めるにあたって、ご指導いただきました主指導教員であるはしもとじょーじ教授には心より深く感謝申し上げます。

また、カメラの設置にご協力していただきました松江高専の杉山耕一郎准教授には大変お世話になりました。ありがとうございました。

同研究室の先輩方と同期の皆様には研究を行う上で相談に乗っていただきました。ありがとうございました。

## 参考文献

- [1] Jenniskens, P. (2018) CAMS Meteoroid Orbit Database v3.0  
<http://cams.seti.org/>
- [2] Beech, M. (2006) Meteors and Meteorites: Origins and Observations  
Published by the Crowood Press
- [3] kin-hasegawa. (2022) meteor-detect  
<https://github.com/kin-hasegawa/meteor-detect>
- [4] 福島 荘之介 (2002) 研究・開発の動向事情 理解するための GPS 測位計算プログラム入門 (1)WGS-84 と座標変換のはなし  
Published by 東京：航空保安無線システム協会
- [5] Sanz Subirana, J. et al. (2011) Transformations between ECEF and ENU coordinates  
[https://gssc.esa.int/navipedia/index.php/Transformations\\_between\\_ECEF\\_and\\_ENU\\_coordinates](https://gssc.esa.int/navipedia/index.php/Transformations_between_ECEF_and_ENU_coordinates)

# 付録

## 経験式 (岡山)

岡山に設置したカメラで撮影した流星の画像上の位置を方位角・高度角に変換する際に用いたスクリプトを載せる。

Listing 4.1: 方位角・高度角を求める (岡山)

```
1 def houikakukeisan(x, y):
2     a0 = 256.39318466186523
3     a1 = 5.7351419847029121E-002
4     x0 = 960.50000000000000
5     b0 = 54.639805200972027
6     b1 = 2.5448984232021470
7     b2 = 0.49018704558026360
8
9     a = a0 + a1*x + b0*((x-x0)/abs(x-x0))*((abs(x-x0)/960.5)**b2
10         )*((abs(y-1080.0)/1080.0)**b1)
11     return a
12
13 def koudokakukeisan(x, y):
14     c0 = 66.192078379987805
15     c1 = -4.5363423441791000E-002
16     d0 = 10.328894369182587
17     d1 = -3.2532969499796949E-003
18     d2 = -2.5850934030660272E-005
19
20     z = c0+c1*y+d0+d1*(abs(x-960.5))+d2*(abs(x-960.5))**2.0
21     return z
22
23 x = #流星の画像上の位置 (座標 x)
24 y = #流星の画像上の位置 (座標 y)
25 a = houikakukeisan(x, y)
26 z = koudokakukeisan(x, y)
27 print(a, z)
```

## 経験式 (松江)

松江に設置したカメラで撮影した流星の画像上の位置を方位角・高度角に変換する際に用いたスクリプトを載せる。

Listing 4.2: 方位角・高度角を求める (松江)

```
1 def houikakukeisan(x, y):
2     a0 = 85.492794036865234
3     a1 = 6.4070582820712013E-002
4     x0 = 960.50000000000000
5     b0 = 63.856586100282144
6     b1 = 2.4714246040755699
7     b2 = 0.17548079372063122
8
9     a = a0 + a1*x + b0*((x-x0)/abs(x-x0))*((abs(x-x0)/960.5)**b2
10         )*((abs(y-1080.0)/1080.0)**b1)
11     return a
12
13 def koudokakukeisan(x, y):
14     c0 = 70.617725758002194
15     c1 = -3.5131560732186345E-002
16     d0 = 13.005859881877669
17     d1 = -1.8419704213018515E-002
18     d2 = -1.6165733096605860E-005
19
20     z = c0+c1*y+d0+d1*(abs(x-960.5))+d2*(abs(x-960.5))**2.0
21     return z
22
23 x = #流星の画像上の位置 (座標 x)
24 y = #流星の画像上の位置 (座標 y)
25 a = houikakukeisan(x, y)
26 z = koudokakukeisan(x, y)
27 print(a, z)
```

## 流星の座標計算

岡山, 松江から見た流星の方向 (方位角, 高度角) を用いて流星の座標を求める際に用いたスクリプトを載せる。

Listing 4.3: 流星の座標決定

```

1 import numpy as np
2
3 # 定数
4 a = 6378.1
5 b = 6357.8
6
7 # 極座標を直角座標に変換
8 def polar_to_cartesian(lat, lon, alt):
9     alpha = np.radians(lat) # 緯度
10    beta = np.radians(lon) # 経度
11    N = a**2/np.sqrt(a**2 * (np.cos(alpha))**2 + b**2 * (np.sin(alpha))**2)
12    r = N + alt
13    x = r * np.cos(alpha) * np.cos(beta)
14    y = r * np.cos(alpha) * np.sin(beta)
15    z = (b**2/a**2 * N + alt) * np.sin(alpha)
16    return np.array([x, y, z])
17
18 # 直角座標を極座標に変換
19 def cartesian_to_polar(x, y, z):
20    e1 = (a**2 - b**2) / a**2
21    e2 = (a**2 - b**2) / b**2
22    p = np.sqrt(x**2 + y**2)
23    zeta = np.arctan(z * a / (p * b))
24    alpha = np.degrees(np.arctan(
25        (z + e2**2 * b * (np.sin(zeta))**3) / (p - e1**2 * a * (
26            np.cos(zeta))**3)
27    ))
28    beta = np.degrees(np.arctan2(y, x))
29    N = a**2 / np.sqrt(a**2 * (np.cos(np.radians(alpha)))**2 + b**2 * (np.sin(np.radians(alpha)))**2)
30    alt = p / np.cos(np.radians(alpha)) - N
31    return alpha, beta, alt
32
33 def calculate_3d_coordinates():
34    # 観測地の極座標 (緯度, 経度, 高度)
35    lat1, lon1, alt1 = 34.688567, 133.922494, 0.035 # 岡山の座標
36    lat2, lon2, alt2 = 35.495719, 133.025356, 0.028 # 松江の座標
37
38    # 極座標を直角座標に変換

```

```
38 P1 = polar_to_cartesian(lat1, lon1, alt1)
39 P2 = polar_to_cartesian(lat2, lon2, alt2)
40
41 # 方位角と高度角
42 houikaku01, koudokaku1 = , # 岡山から見た流星の方位角と高度角
43 houikaku02, koudokaku2 = , # 松江から見た流星の方位角と高度角
44 houikaku1, houikaku2 = (-houikaku01 + 90) % 360, (-houikaku02
    + 90) % 360
45 theta1, phi1 = np.radians(houikaku1), np.radians(koudokaku1)
46 theta2, phi2 = np.radians(houikaku2), np.radians(koudokaku2)
47
48 # 流星の方向ベクトルの計算
49 x1, x2 = np.cos(phi1) * np.cos(theta1), np.cos(phi2) * np.cos
    (theta2)
50 y1, y2 = np.cos(phi1) * np.sin(theta1), np.cos(phi2) * np.sin
    (theta2)
51 z1, z2 = np.sin(phi1), np.sin(phi2)
52
53 d1 = np.array([x1, y1, z1]) # 観測地での流星の方向ベクトル1
54 d2 = np.array([x2, y2, z2]) # 観測地での流星の方向ベクトル2
55
56 # 地平座標系から地心直交座標系への変換
57 lat_rad1, lat_rad2 = np.radians(lat1), np.radians(lat2)
58 lon_rad1, lon_rad2 = np.radians(lon1), np.radians(lon2)
59
60 k1 = np.array([
61     [-np.sin(lon_rad1), -np.sin(lat_rad1)*np.cos(lon_rad1),
        np.cos(lat_rad1)*np.cos(lon_rad1)],
62     [np.cos(lon_rad1), -np.sin(lat_rad1)*np.sin(lon_rad1), np
        .cos(lat_rad1)*np.sin(lon_rad1)],
63     [0, np.cos(lat_rad1), np.sin(lat_rad1)]
64 ])
65 k2 = np.array([
66     [-np.sin(lon_rad2), -np.sin(lat_rad2)*np.cos(lon_rad2),
        np.cos(lat_rad2)*np.cos(lon_rad2)],
67     [np.cos(lon_rad2), -np.sin(lat_rad2)*np.sin(lon_rad2), np
        .cos(lat_rad2)*np.sin(lon_rad2)],
68     [0, np.cos(lat_rad2), np.sin(lat_rad2)]
69 ])
70
71 v1 = np.dot(k1, d1)
72 v2 = np.dot(k2, d2)
73
74 # 観測地間のベクトル
75 P0 = P2 - P1
76
```

```
77     # 内積の計算
78     v1_dot_v1 = np.dot(v1, v1)
79     v2_dot_v2 = np.dot(v2, v2)
80     v1_dot_v2 = np.dot(v1, v2)
81     P0_dot_v1 = np.dot(P0, v1)
82     P0_dot_v2 = np.dot(P0, v2)
83
84     # 連立方程式を解いてc, d を求める
85     A = np.array([
86         [v1_dot_v1, -v1_dot_v2],
87         [-v1_dot_v2, v2_dot_v2]
88     ])
89     B = np.array([P0_dot_v1, -P0_dot_v2])
90     c, d = np.linalg.solve(A, B)
91
92     # 視線上の最近接点を計算
93     R1 = P1 + c * v1 # 観測地からの視線上の点1
94     R2 = P2 + d * v2 # 観測地からの視線上の点2
95
96     # 最近接点の中点を流星の座標とする
97     R = (R1 + R2) / 2
98
99     # 流星の座標を極座標に変換
100    lat, lon, alt = cartesian_to_polar(R[0], R[1], R[2])
101    latok, lonok, altok = cartesian_to_polar(R1[0], R1[1], R1[2])
102    latma, lonma, altma = cartesian_to_polar(R2[0], R2[1], R2[2])
103
104    # 結果を表示
105    print(f" 流星の三次元直交座標: {R}")
106    print(f" 流星の始点の極座標緯度(, 経度, 高度
107          ): ({lat:.6f}, {lon:.6f}, {alt:.6f} km)")
108
109    # 関数を呼び出す
110    calculate_3d_coordinates()
```